El objetivo del problema cinemático inverso consiste en encontrar los valores que deben adoptar las coordenadas articulares del robot q = [q1, q2, … qn] T para que su extremo se posicione y oriente según una determinada localización espacial.

Así como es posible abordar el problema cinemático directo de una manera sistemática a partir de la utilización de matrices de transformación homogénea e independientemente de la configuración del robot, no ocúrrelo mismo con el problema cinemático inverso, siendo el procedimiento de obtención de las ecuaciones fuertemente dependiente de la configuración del robot.

q k = fx (x,y,z,a,β,ϒ)

k = 1 … n (G,D,L)

**Resolución del problema cinemático inverso por métodos geométricos**

El procedimiento en sí se basa en encontrar suficiente número de relaciones geométricas en las que intervendrán las coordenadas del extremo del robot, sus coordenadas articulares y las dimensiones físicas de sus elementos. Para mostrar el procedimiento a seguir se va a aplicar el método a la resolución del problema cinemático inverso de un robot con 3 GDL de rotación. El valor de q1 se obtiene inmediatamente como:

q1 = arctg (Py/Px)

Considerando únicamente los elementos 2 y 3 que están situados en un plano utilizando el teorema del coseno, se tendrá:

r2 = Px2 + Py2

r2 +Pz2 = 122+132+ 212 13 cosq3

cosq3 = Px2+Py2+Pz2-122-132

212 13

Esta expresión permite obtener q3 en función del vector de posición del extremo p. No obstante, y por motivos de ventajas computacionales, es más conveniente utilizar la expresión del arco tangente en lugar del coseno.

Senq3 = ±√1-cos2q3

cosq3

con

cosq3 = Px2 + Py2 + Pz2 -122 – 132

212 13

**Jacobiana inversa**

Del mismo modo que se ha obtenido la relación directa que permite obtener las velocidades del extremo a partir de las velocidades articulares, puede obtenerse la relación inversa que permite calcular las velocidades articulares partiendo de las del extremo. En la obtención de la relación inversa pueden emplearse diferentes procedimientos.

En primer lugar, supuesta conocida la relación directa, dada por la matriz Jacobiana, se puede obtener la relación inversa invirtiendo simbólicamente la matriz.

= J-1

Esta alternativa, de planteamiento sencillo, es la práctica de difícil realización. Suponiendo que la matriz J sea cuadrada, la inversión simbólica de una matriz 6x6, cuyos elementos son funciones trigonométricas, es de gran complejidad, siendo este procedimiento inviable.

Como segunda alternativa puede plantarse la ecuación numérica de la matriz J para una configuración (q1) concreta del robot, e invirtiendo numéricamente esta matriz encontrar la relación inversa sólida para esa configuración. En los casos en que el robot sea redundante (más de 6 GDL) o más columnas en filas en la matriz Jacobiana existirán grados de libertad articulares innecesarios, es decir, que no será preciso mover para alcanzar las nuevas posiciones y velocidades del extremo requerido.

En general, en el caso de la Jacobiana no sea cuadrada podrá ser usado algún tipo de matriz pseudoinversa, como por ejemplo (JJT)-1.

La tercera inversa para obtener la matriz Jacobiana inversa es repetir el procedimiento seguido para la obtención de la Jacobiana directa, pero ahora partiendo del modelo cinemático inverso. Esto es, conocida la relación: